

# Bessel-Funktionen für die Röntgen-Strukturanalyse der $\alpha$ -Helix und der Doppelhelix

Christian Strutz

## Ohne $\alpha$ -Helix keine DNA-Struktur

Was bekommt man, wenn man eine Helix verdoppelt? - Den Nobelpreis, das weiß doch jeder! Fünfzig Jahre ist es her, dass James D. Watson und Francis H. C. Crick 1953 ihre Jahrhundert-Arbeit auf einer einzigen Seite der Zeitschrift *Nature* veröffentlicht haben<sup>1</sup>. Darin beschreiben sie die „feuchte“ B-Form<sup>2</sup> der Desoxyribonukleinsäure DNA<sup>3</sup>, des Lebensmoleküls: Eine Doppelhelix deren zwei Stränge durch komplementäre Basenpaare mit einander verbunden sind und die aussieht wie eine verdrehte Strickleiter (Abb. 1).

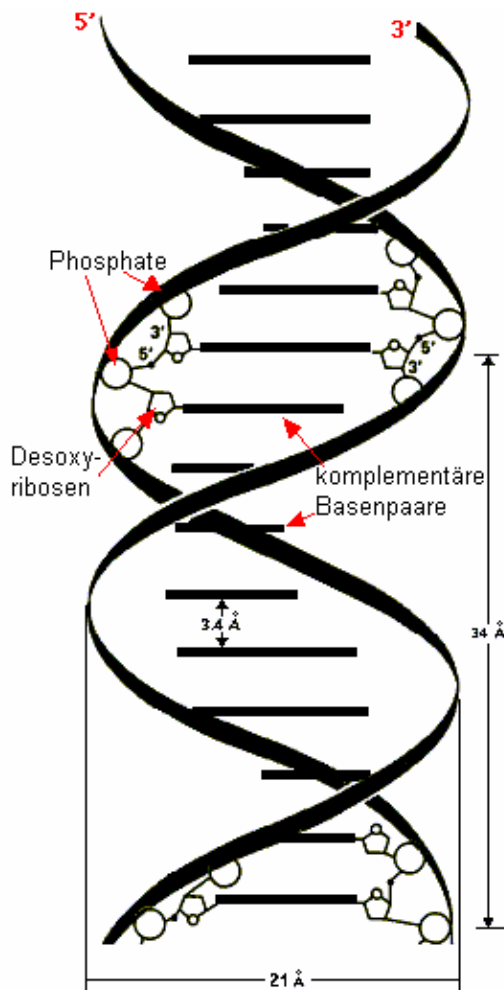


Abbildung 1: Struktur der B-DNA

Wie kamen Watson und Crick ausgerechnet auf die Schraubenform? Dazu muss man wissen, dass der grosse Forscher Linus Pauling kurz zuvor die Schraubenwindungen, besonders die  $\alpha$ -Helix, der aus Aminosäuren zusammengesetzten künstlichen Polypeptidketten entdeckt hatte (Abb. 2). Aus der Quantenmechanik und als Autor des Buches „Die Natur der chemischen Bindung“<sup>4</sup> wußte er, welche Winkel die Aminosäurereste zueinander einnehmen können.



Abbildung 2:  $\alpha$ -Helix-Struktur des synthetischen Poly- $\gamma$ -Methyl-L-Glutamats

Zum anderen hatten William Astbury und Florence Bell Röntgenbilder von Polypeptiden erstellt, die ihre gewundene Struktur zu bestätigen schienen<sup>5</sup>. Die Schraubenform von Biomolekülen lag also in der Luft. Da aber Beugungsbilder aus verdrehten Fasern nicht Punkte zeigen, wie Beugungsbilder aus reinen Kristallen, sondern Flecken, fehlte noch die theoretische Grundlage zur Deutung dieser Flecken. So kam es, dass Sir Lawrence Bragg vom Cavendish Laboratory in Cambridge seinem Mitarbeiter William Cochran und seinem Doktoranden Francis Crick den Auftrag erteilte<sup>6</sup>, in Zusammenarbeit mit dem

Kristallographen Vladimir Vand in Glasgow ein theoretisches Modell für das Röntgen-Beugungsmuster eines Polypeptids zu erarbeiten. Als Beispiel diente synthetisches Poly- $\gamma$ -Methyl-L-Glutamat, dessen  $\alpha$ -Helix-Struktur Pauling und Corey zuvor präsentiert hatten<sup>7</sup>. Die Ergebnisse ihrer Zusammenarbeit, die jetzt auch theoretisch die Struktur der  $\alpha$ -Helix bestätigten, publizierten die drei Wissenschaftler in zwei Veröffentlichungen<sup>8</sup>. Die eine, 1952 in der Zeitschrift *Acta Crystallographica* erschien und als „CCV“<sup>9</sup> viel zitierte Abhandlung<sup>10</sup>, soll Grundlage der nachfolgenden Darstellung sein.

### Das Prinzip

Der Denkansatz ist denkbar einfach: Zuerst erarbeiten wir die Fourier-Transformierte einer regelmäßigen, unendlich langen und unendlich dünnen Spirale (Abb. 3a). Dann durchbrechen wir diese Spirale mit waagerechten Ebenen (Abb. 3b) dort, wo sich in regelmäßigen Abständen besonders streuende Atome oder Molekülreste befinden. Schließlich fügen wir beide Formelemente mittels Faltung zusammen (Abb. 3c).

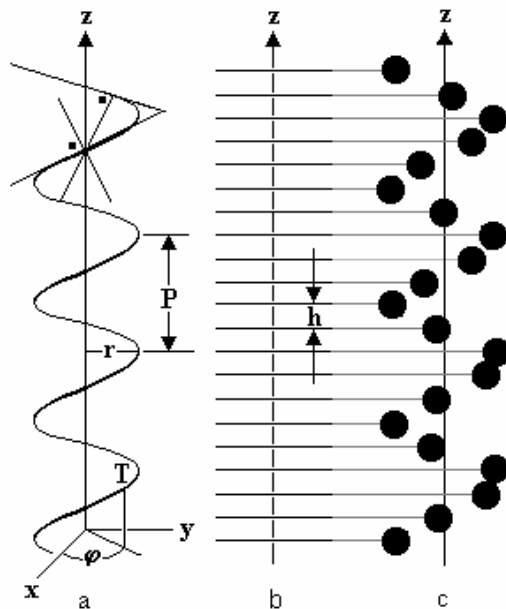


Abbildung 3: Übergang von der kontinuierlichen zur diskontinuierlichen Helix-Struktur. Die Arme des X stehen senkrecht zu den aus der Schraube stilisierten Zick-Zack-Linien.

Dies hat zur Folge, dass das Beugungsbild den reziproken Fourier-Raum in 2D-Abbildung zeigt. Bei einer Probe aus vielen senkrecht stehenden Helices sehen wir die Schar paralleler Zick- und Zack-Linien als je eine um  $\pi/2$  gedrehte Linie. Es entsteht die in der Abb. 3 angedeutete typische X-Form. Große Abstände erscheinen als klein und umgekehrt, so dass kleine Abstände als Flecken nur am äußersten Rand des Bildes erscheinen.

Obwohl bei uns wahrscheinlich kein Röntgenapparat herumsteht, können wir dennoch das Prinzip der Lichtbeugung an Schraubenlinien leicht nachvollziehen: Wir brauchen nur eine auf Pixel-Niveau mit einem Zickzack-Muster bedruckte Klarsichtfolie und einen Laser-Pointer<sup>11</sup>. An die Wand geworfen zeigt das Laser-Licht ein X-förmiges Beugungskreuz (Abb. 4).

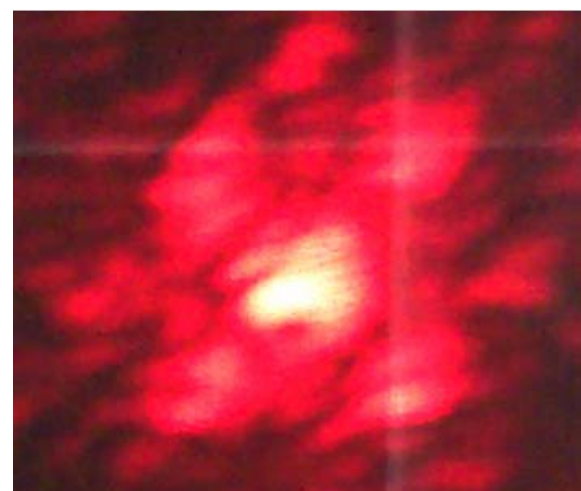
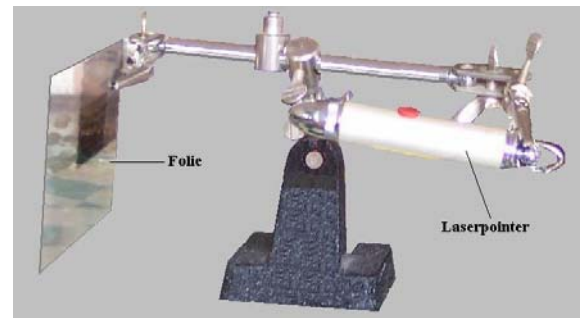
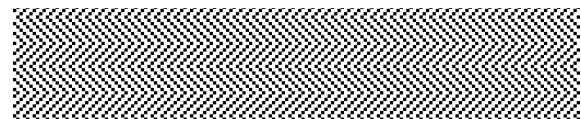


Abbildung 4: Beugung von rotem Laser-Licht durch das (im Bild stark vergrößerte) Zick-Zack-Muster auf einer Klarsichtfolie. Fotos: Marion Strutz

## Der Rechengang

Ein Punkt  $T$  auf der Spirale (Abb. 3a) sei durch die Koordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$  definiert. Im reziproken Fourier-Raum (Abb. 5) wird aus dem Punkt  $T$  das Integral einer komplexen eFunktion mit den Koordinaten  $\xi$ ,  $\eta$  und  $\zeta$  (Abb. 5).

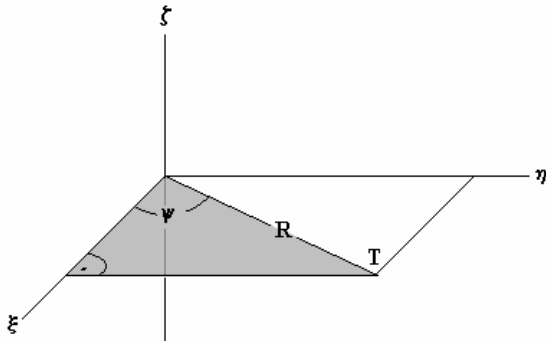


Abbildung 5: Koordinaten im Fourier-Raum

Durch Ersatz von  $x$  und  $y$  durch die Polarkoordinaten  $r \cdot \cos(\varphi)$  und  $r \cdot \sin(\varphi)$  können wir schreiben:

(1)

$$T(\xi, \eta, \zeta) = \int_0^P \exp\{2\pi \cdot i \cdot [r\xi \cdot \cos(\varphi) + r\eta \cdot \sin(\varphi) + z\zeta]\} \cdot dz$$

Wenn wir bedenken, dass nach Abb. 5 im reziproken Fourier-Raum

$$R^2 = \xi^2 + \eta^2 \quad \text{und} \quad \tan(\psi) = \frac{\eta}{\xi} \quad \text{gelten,}$$

können wir auch  $\xi$  und  $\eta$  in Polarkoordinaten neu definieren:

$$R^2 = \xi^2 + \xi^2 \cdot \tan^2(\psi)$$

$$\xi = R \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(\psi)}}$$

$$\boxed{\xi = R \cdot \cos(\psi)} \quad \text{und}$$

$$\begin{aligned} \eta &= R \cdot \cos(\psi) \cdot \tan(\psi) \\ &= R \cdot \cos(\psi) \cdot \frac{\sqrt{1 - \cos^2(\psi)}}{\cos(\psi)} \end{aligned}$$

$$\boxed{\eta = R \cdot \sin(\psi)}$$

Aus unserer Formelsammlung wissen wir, dass

$$\cos(\varphi)\cos(\psi) + \sin(\varphi)\sin(\psi) = \cos(\varphi - \psi).$$

Eingesetzt ergibt dies:

$$T(R, \psi, \zeta) = \int_0^P \exp\{2\pi \cdot i \cdot [rR \cos(\varphi - \psi) + z\zeta]\} dz$$

Bei der Ganghöhe  $P$  vollziehen die molekularen Kettenglieder eine komplette  $2\pi$  Schraubenwindung. Deshalb erlangt das Integral unter der Bedingung  $\zeta = n/P$  einen Zahlenwert, wobei  $n$  irgend eine ganze Zahl ist. Dies entspricht der experimentellen Beobachtung, dass die Röntgenstrahlen auf der reziproken Höhe  $\zeta = n/P$ , dem Sitz der Atome, Streuung zeigen.

$$T(R, \psi, n/P) = \int_0^{2\pi} \exp\left\{2\pi \cdot i \cdot \left[rR \cos(\varphi - \psi) + z \frac{n}{P}\right]\right\} dz$$

Auch das  $z$  erfährt eine Substitution, wenn wir die Entstehung des Winkels  $\varphi$  in der Abb. 3a nachvollziehen:

$$\varphi = z \cdot \frac{2\pi}{P}; \quad z = \varphi \cdot \frac{P}{2\pi}.$$

Das Produkt  $z\zeta$  wird dann

$$z\zeta = \frac{n}{P} \cdot \frac{\varphi \cdot P}{2\pi} = \frac{n \cdot \varphi}{2\pi}.$$

Wenn wir den Faktor  $2\pi$  in den Klammerausdruck des Exponenten hineinnehmen, erscheint er gleichzeitig im Zähler und Nenner. Er verschwindet also. Es bleibt  $i n \varphi$ . Jetzt lautet die Gleichung:

$$T(R, \psi, n/P) = \int_0^{2\pi} \exp[i2\pi \cdot rR \cos(\varphi - \psi) + i n \varphi] \cdot d\varphi$$

Diese Gleichung läßt bei geübter mathematischer Phantasie einen Zusammenhang mit einer Bessel-Funktion der Form

$$J_n(x) = \frac{I}{2\pi \cdot i^n} \int_0^{2\pi} e^{i[x \cdot \cos(y) + ny]} \cdot dy$$

vermuten. Für  $x$  setzen wir das Produkt  $2\pi \cdot rR$  und für  $y$  den Ausdruck  $(\varphi - \psi)$  ein.

$$J_n(2\pi \cdot rR) = \frac{I}{2\pi} \cdot e^{-in \frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} e^{[i2\pi \cdot rR \cos(\varphi - \psi) + in(\varphi - \psi)]} dy$$

Im Vergleich zu  $in\varphi$  der vorherigen Gleichung hat aber die Bessel-Funktion mit  $in(\varphi - \psi)$  das  $-\psi$  „zuviel“. Was tun? Ganz einfach: Wir subtrahieren und addieren  $in\psi$  im selben Atemzug. Spätestens seit Erfindung der „quadratischen Ergänzung“ ist dieser Trick bekannt. So kann sich die Bessel-Funktion ihren Anteil,  $-in\psi$ , schnappen, während wir den Rest, nämlich  $+in\psi$ , als eFunktion an die Bessel-Funktion anhängen. Gleichzeitig beachten wir die Regeln, dass

$$\int e^{a \cdot x} \cdot dx = \frac{I}{a} \cdot e^{a \cdot x}$$

und dass das  $i^n$  der Bessel-Funktion als

$$i^n = e^{in \frac{\pi}{2}}$$

(s. Anhang) seinen Platz als Summand im Exponenten der eFunktion unter dem Integral findet:

$$\begin{aligned} & \exp\left[i2\pi \cdot rR \cdot \cos(\varphi - \psi) + in\varphi - in\psi + in\psi + in \frac{\pi}{2}\right] \\ &= \exp\left[i2\pi \cdot rR \cdot \cos(\varphi - \psi) + in(\varphi - \psi) + in\left(\psi + \frac{\pi}{2}\right)\right] \end{aligned}$$

So erhalten wir eine Bessel-Funktion erster Art und  $n$ -ter Ordnung mit dem eigentümlichen „Anhängsel“  $e^{in\left(\psi + \frac{\pi}{2}\right)}$ :

$$(2) \quad F_c\left(R, \psi, \frac{n}{P}\right) = J_n(2\pi \cdot rR) \cdot \exp\left[in \cdot \left(\psi + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

Leider ist die Intensität  $I$  das einzig sicht- und meßbare Resultat der Röntgenbeugung. Wir erhalten  $I$ , wenn wir den komplexen Formfaktor  $F_c$  mit seinem konjugierten Partner  $F_c^*$  multiplizieren.

$$I = F_c \cdot F_c^*$$

$$I = J_n(2\pi \cdot rR) \cdot e^{in\left(\psi + \frac{\pi}{2}\right)} \cdot J_n(2\pi \cdot rR) \cdot e^{-in\left(\psi + \frac{\pi}{2}\right)}$$

Dabei heben sich die eFunktionen auf, und es bleibt nur noch das Quadrat der reellen Bessel-Funktion. Dieses ist definitionsgemäß zylindersymmetrisch und unabhängig von den Winkeln (Phasen)  $\varphi$  und  $\psi$ .

$$(3) \quad I(R, Z) = J_n^2(2\pi \cdot rR)$$

Als mathematische Beschreibung des Vorganges, den wir beobachten, wenn wir einen Stein senkrecht in ruhiges Wasser plumpsen lassen, bilden sich bei den Bessel-Funktionen konzentrische Wellenberge und -täler, deren Amplitude mit wachsender Entfernung vom Einschlag kleiner wird<sup>12</sup>.

Analog dazu verhalten sich, von der Seite gesehen, die ersten Maxima der Bessel-Funktionen. Mit steigender Ordnung  $n$  und sinkender Intensität, ähnlich einer gedämpften Kosinus-Schwingung, entfernen sich die Maxima vom Meridian. Wenn wir weiterhin berücksichtigen, dass  $J_{-n}^2 = J_n^2$  und  $J_n^2(-X) = J_n^2(X)$ , entsteht die für Helices typische X-Form der Röntgen-Beugungsbilder (Abb. 6). Das  $n$  ist zum Synonym für die Ordnung der jeweiligen Bessel-Funktion geworden. Die beiden Schenkel des X stehen senkrecht zur Schar der „Zicks“ und „Zacks“ der Schraube. Durch Ausmessen des vertikalen Abstandes ( $1/P$ ) zwischen den Flecken der Bessel-Funktionen erhalten wir die Ganghöhe  $P$  einer kompletten Schraubewindung (Abb. 6).

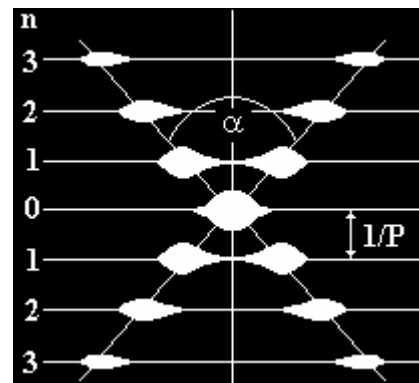


Abbildung 6: Erste Maxima der Bessel-Funktionen  $n$ -ter Ordnung

Der Winkel  $\alpha/2$  zwischen der z-Achse und einem X-Schenkel gibt Auskunft über den Radius  $r$  des Hüllzylinders<sup>13</sup>. Der Zusammenhang lautet:

$$(4) \quad \tan(\alpha/2) = \frac{l/r}{2\pi/P};$$

$$r = \frac{P}{\tan(\alpha/2) \cdot 2\pi}.$$

Wenn wir mit  $\zeta = n/P + m/h$  die Höhe der Flecken im Beugungsbild beschreiben, ziehen wir mit  $n/P$  nicht nur die Ganghöhe einer Schraubenwindung sondern mit  $m/h$  zusätzlich auch den regelmäßigen Gangunterschied  $h$  zwischen den einzelnen Residuen in Betracht, wobei  $m$  wieder ganzzahlig sein soll.

Offensichtlich sind die Flecken im Beugungsbild in horizontalen Schichtlinien angeordnet, deren Ordnungszahl  $l$  mit  $l = \zeta \cdot v \cdot P$ , dem Produkt aus  $\zeta$  mal der Anzahl  $v$  der für eine Wiederholung notwendigen Schraubenwindungen mal der Ganghöhe  $P$ , entspricht.

Die Anzahl der Residuen pro Schraubenwindung ist nicht immer ganzzahlig. Um aber diese Ganzzahligkeit zu gewährleisten, rechnen wir mit  $k$ , der Anzahl der Residuen pro exakter Wiederholung:

$$\zeta = \frac{n}{P} + \frac{m}{h}; \quad \zeta = \frac{l}{v \cdot P}; \quad h = \frac{v \cdot P}{k}.$$

Wir substituieren die Größen  $\zeta$  und  $h$  und erhalten:

$$\frac{l}{v \cdot P} = \frac{n}{P} + \frac{k \cdot m}{v \cdot P}.$$

Daraus ermitteln wir die Ordnungszahl der Schichtlinie:

$$l = v \cdot n + k \cdot m.$$

Für die Ordnungen  $n$  der Bessel-Funktionen gilt nach dieser Auswahl-Regel:

$$(5) \quad n = \frac{l - mk}{v}.$$

Im Beugungsbild der  $\alpha$ -Helix des Poly- $\gamma$ -Methyl-L-Glutamats beträgt der Winkel  $\alpha/2 = 9.3^\circ$  und die Ganghöhe  $P = 5.4 \text{ \AA}$ . Daraus berechnen wir  $r = 5.25 \text{ \AA}$ . Pro Schraubenwindung finden sich 3.6 Aminosäurereste, also  $k = 18$  Aminosäurereste in  $v = 5$  Schraubenwindungen. So ergibt sich der Gangunterschied pro Aminosäurerest zu  $h = 5.4/3.6 = 1.5 \text{ \AA}$ .

Die Ordnungen  $n$  der Bessel-Funktion berechnen wir nach der Formel:

$$n = \frac{l - 18m}{5}.$$

Mit  $l$  und  $m$  enthält diese Gleichung zwei Variablen. Um dennoch zu Ergebnissen zu kommen, müssen wir  $l$  und  $m$  variieren, indem wir sie verschiedene ganzzahlige Werte durchlaufen lassen.

Wir wissen, dass  $n$  ganzzahlig sein muß. Deshalb stellen wir mittels Tabellenkalkulation sicher, dass sich nur „Integers“ für die Ordnung  $n$  zeigen. Es gilt für jede Zelle mit den Koordinaten  $(m;l)$ : „Wenn die Berechnung keinen Rest übrig läßt, zeige das Ergebnis, sonst nicht.“ Die nachfolgende Tabelle enthält die für Poly- $\gamma$ -Methyl-L-Glutamat berechneten Ordnungszahlen  $n$  der Bessel-Funktionen.

n \ m	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
1													
6					12				-6				
5		19					1					-17	
4						8				-10			
3			15					-3					-21
2	22						4					-14	
1				11					-7				
0							0						-18
-1						7				-11			
-2			14					-4					-22
-3	21						3				-15		
-4			10						-8				
-5		17						-1					-19
-6						6				-12			

Tabelle 1: Ordnungszahlen der für Poly- $\gamma$ -Methyl-L-Glutamat zu erwartenden Bessel-Funktionen

Die Abb. 7 zeigt das nach den vorherigen Berechnungen zu erwartende Beugungsbild von Poly- $\gamma$ -Methyl-L-Glutamat.

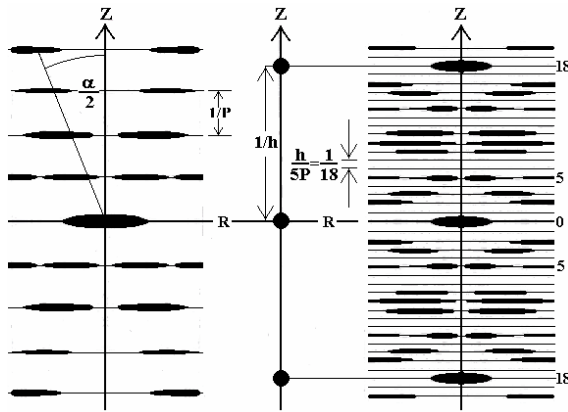


Abb. 7: Theoretisch für Poly- $\gamma$ -Methyl-L-Glutamat zu erwartendes Beugungsbild

Besonders auffällig ist in diesem Bild die regelmäßige Wiederkehr des ersten Maximums der Bessel-Funktion  $J_0^2$  in der Mitte der Schichtlinien  $\pm 18$ . Auch die nahe dem Meridian gelegenen Maxima von  $J_1^2$  auf der Linie  $\pm 5$  fallen ins Auge. In der Realität sind Beugungsbilder der  $\alpha$ -Helix allerdings weit weniger scharf und nicht so leicht interpretierbar.

### Ein Foto macht Geschichte

Was Wunder, wenn nach dieser intensiven theoretischen Vorbereitung Jim Watson<sup>14,15</sup> und Francis Crick angesichts des berühmten und revolutionär scharfen „Photos 51“ der B-DNA (Abb. 8) von Rosalind Franklin<sup>16</sup> schier ausgeflippt sind!

Die X-Form der Bessel-Maxima im Beugungsbild verrät sofort, dass die DNA eine

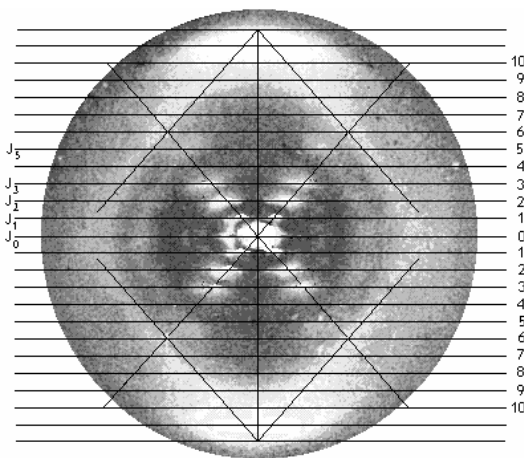


Abbildung 8: Umkehrbild des „Photos 51“ der B-DNA von Rosalind Franklin

Helix-Struktur haben muss. Aus dem Neigungswinkel des X ergibt sich der Schraubenradius  $r \approx 10\text{Å}$ .

Bei niedrigen Ordnungen  $n$  der Bessel-Funktionen ist die Schichtlinie  $l$  gleich der Ordnung  $l=n$ . Das bedeutet, dass die Anzahl der Residuen je Schraubenwindung ganzzahlig ist. Der starke Fleck auf der Mitte der Schichtlinie  $\pm 10$  legt Zeugnis dafür ab, dass zu einer Schraubenwindung der Ganghöhe  $P=34\text{Å}$  zehn außen befindliche und besonders streuende Phosphatreste mit einem Gangunterschied von  $h=3.4\text{Å}$  notwendig sind.

Somit ist, in der Tat und im Gegensatz zur  $\alpha$ -Helix, bei der B-DNA die Anzahl der Residuen pro Schraubenwindung ganzzahlig, nämlich  $P/h=34/3.4=10$ . Das bedeutet, dass auch die im Inneren der Helix befindlichen Basenpaare als „Stufen einer Wendeltreppe“ den Winkel  $\varphi=36^\circ$  zueinander bilden.

Ein Blick auf das „Photo 51“ genügt, um auch noch die letzte Frage zu beantworten: Handelt es sich bei der B-DNA um einen Einfach-, Doppel- oder Dreifachstrang? Auf der Schichtlinie 4 sehen wir keinen Fleck! Nach Rosalind Franklin bedeutet dies, dass eine um  $3/8$  um die z-Achse gedrehte antiparallel verlaufende zweite Helix vorhanden sein muß: also eine Doppelhelix!

Den Beweis hierfür liefert folgende Überlegung: Eine um  $3/8$  gegenüber einer als fest gedachten Helix gedrehte Schraube verursacht bei seitlicher Anstrahlung eine Phasenverschiebung von  $3/8 \cdot 2\pi = 3/4\pi$ . Multiplizieren wir diesen Betrag mit  $l=4$ , so kommen wir mit der Phasenverschiebung von  $3\pi$  auf ein ungeradzahlig Vielfaches von  $\pi$ , was bei den sinusförmigen Röntgenstrahlen Auslöschung bedeutet. Dies erklärt das Fehlen eines Flecks auf der vierten Schichtlinie.

Rosalind Franklin starb 1958 an Krebs. Ihr Name wird immer mit dem Watson-Crick-Modell der DNA verbunden sein<sup>17</sup>. Der Nobelpreis wurde erst 1962 verliehen.

## Anhang

n	$i^n = \left[ \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{2}\right) + i \cdot \sin\left(n \cdot \frac{\pi}{2}\right) \right] = e^{i n \frac{\pi}{2}}$			
0	1	1	i ·	0
1	i	0	i ·	1
2	-1	-1	i ·	0
3	-i	0	i ·	-1
4	1	1	i ·	0
5	i	0	i ·	1
6	-1	-1	i ·	0
7	-i	0	i ·	-1
8	1	1	i ·	0
9	i	0	i ·	1
10	-1	-1	i ·	0
11	-i	0	i ·	-1
12	1	1	i ·	0
13	i	0	i ·	1
14	-1	-1	i ·	0
15	-i	0	i ·	-1

Berechnung von  $i^n = e^{i \cdot n \cdot \frac{\pi}{2}}$  nach der Euler'schen Formel:  $e^{i \cdot x} = \cos(x) + i \cdot \sin(x)$

## Literatur und Anmerkungen

- <sup>1</sup> James D. Watson and Francis H.C. Crick: Molecular structure of nucleic acids. A structure for deoxyribose nucleic acid. Nature London, 171, 737-738, 1953.
- <sup>2</sup> Die A-Form der DNA hat weniger Wasser eingelagert. Der reversible Übergang zwischen A- und B-Form ist ein Indiz dafür, dass sich die hygroskopischen Phosphatgruppen außen befinden.
- <sup>3</sup> Die Bezeichnung DNA (...acid) hat weitgehend DNS (...säure) ersetzt.
- <sup>4</sup> Linus Pauling: Die Natur der chemischen Bindung. Vlg. Chemie, Weinheim, 1962.
- <sup>5</sup> W.T. Astbury and Florence O. Bell: X-ray study of thymonucleic acid. Nature London, 141, 747-748, 1938.
- <sup>6</sup> Francis Crick: Ein irres Unternehmen. Die Doppelhelix und das Abenteuer der Molekularbiologie. S. 86. Piper, München Zürich, 1990.
- <sup>7</sup> L. Pauling, R.B. Corey and H.R. Branson: The structure of proteins: Two hydrogen-bonded helical configurations of the polypeptide chain. Proc. N.A.S., 37, 205-211, 1951.
- <sup>8</sup> W. Cochran and F.H.C. Crick: Evidence for the Pauling-Corey  $\alpha$ -Helix in synthetic polypeptides. Nature London, 169, 234-235, 1952.
- <sup>9</sup> Aaron Klug, Francis H.C. Crick and Harold W. Wyckoff: Diffraction by helical structures. Acta Cryst. 11, 199-213, 1958.
- <sup>10</sup> W. Cochran, F.H.C. Crick and V. Vand: The structure of synthetic Polypeptides. I. The transform of atoms on a helix. Acta Cryst. 5, 581-586, 1952.
- <sup>11</sup> A.A. Lucas, Ph. Lambin, R. Mairesse and M. Mathot: Revealing the backbone structure of B-DNA from Laser optical simulations of x-ray diffraction diagram. J. chem. edu. 1999.
- <sup>12</sup> Arnold Sommerfeld: Vorlesungen über Theoretische Physik. Bd. 2: Mechanik der deformierbaren Medien. S.172. Vlg. Harry Deutsch, Thun, Frankfurt/M. 1992.
- <sup>13</sup> Charles R. Cantor and Paul R. Schimmel: Biophysical Chemistry. Part II: Techniques for the study of

biological structure and function. p. 799. Freeman & Co., San Francisco, 1980.

- <sup>14</sup> Watsons besondere Leistung bestand in der Entdeckung der komplementären Basenpaarung Adenin-Thymin und Guanin-Cytosin, dem Chargaff'schen 1:1 Verhältnis zwischen Purinen und Pyrimidinen entsprechend.
- <sup>15</sup> James D. Watson: Die Doppelhelix. S. 154. Rowohlt Vrlg., Hamburg, 1997.
- <sup>16</sup> Rosalind E. Franklin and R.G. Gosling: Molecular configuration in sodium thymonucleate. Nature London, 171, 740-741, 1953.
- <sup>17</sup> Brenda Maddox: Rosalind Franklin. The dark lady of DNA. HarperCollinsPublishers, New York, 2002.

### Anschrift des Verfassers:

Dr. Christian Strutz, Steigstr. 26, D-88131 Lindau Bodensee, [Strutz\\_Christian@t-online.de](mailto:Strutz_Christian@t-online.de), <http://www.geocities.com/strutz.de/>

### Bessel-Funktionen für die Röntgen-Strukturanalyse der $\alpha$ -Helix und der Doppelhelix

Christian Strutz

Erst durch die theoretisch-mathematische Nachbearbeitung der  $\alpha$ -Helix-Struktur waren Watson und Crick in der Lage, das Röntgen-Beugungsbild der B-DNA von Rosalind Franklin auf Anhieb richtig zu interpretieren.